MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE L'INSERTION PROFESSIONNELLE (**DGESIP**)

REPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE

Union - Discipline - Travail

Institut National Polytechnique
Félix Houphouët – Boigny
SERVICE DES CONCOURS

Concours STIC session 2017

Composition : <u>Physique 3</u> (électricité)

Durée : 3 Heures

N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les candidats doivent respecter les notations des énoncés et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question traitée.

***

Les calculatrices sont autorisées

Propagation de signaux électriques dans un câble coaxial

Données numériques :

Permittivité du vide : $\varepsilon_0 = 8{,}854\ 10^{-12}\ Fm^{-1}$

Vitesse des ondes EM dans le vide : $c = 3\ 10^8\ m\ s^{-1}$; $c^2 \varepsilon_0 \mu_0 = 1$.

Formulaire :

1/ f étant un champ scalaire et $\vec{a}$ un champ vectoriel:

$$\overrightarrow{rot}\left(f\vec{a}\right) = f\ \overrightarrow{rot}\ \vec{a} + \overrightarrow{grad}f \wedge \vec{a}.$$

2/ *Equations de Maxwell*
$$\begin{cases} div = \vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \overrightarrow{rot}\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ div\vec{B} = 0 \\ \overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0\ \vec{j} + \mu_0\varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases}$$

Le câble, schématisé sur la figure ci-dessous, est formé de deux cylindres métalliques, de sections circulaires, coaxiaux et de rayons respectifs ρ_1 et ρ_2 ($\rho_1 < \rho_2$). Le premier cylindre 1 est plein, c'est l'âme du câble, et le deuxième 2 est creux, c'est la gaine.

On supposera les cylindres de très grande conductivité et de très grande longueur devant ρ_1 et ρ_2; les charges et courants électriques qu'ils transportent seront, aux fréquences de travail, considérés comme surfaciques et le champ électromagnétique est nul dans le volume des conducteurs. De plus il ne circule aucun courant sur la surface extérieure de la gaine. L'espace entre les deux cylindres est empli d'un milieu isolant homogène dont les caractéristiques sont supposées indépendantes de la fréquence ; on admettra alors qu'il suffit de remplacer dans toutes les équations de Maxwell ε_0 par $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ où ε_r est la permittivité relative de l'isolant.

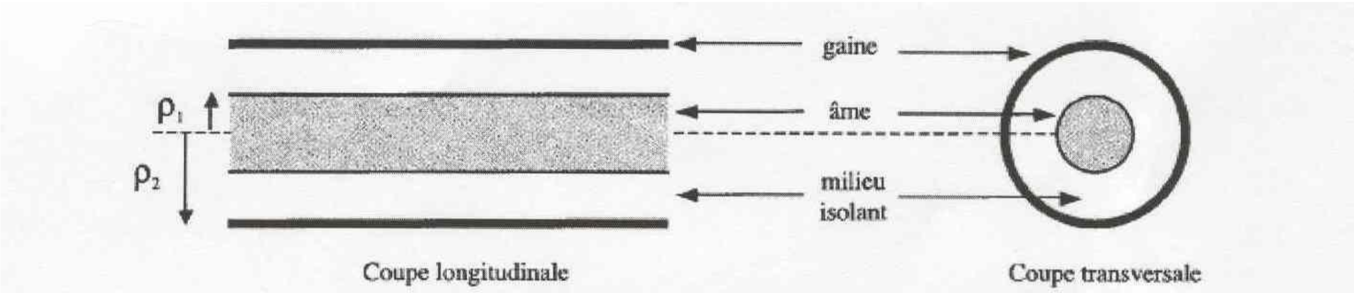


Figure : Schéma du câble coaxial

Données numériques du câble : $\mathbf{D}_1 = 2\rho_1 = 1,0$ mm ; $\mathbf{D}_2 = 2\rho_2 = 3,5$ mm ; $\varepsilon_r = 2,25$.

Un point M entre les cylindres est repéré par ses coordonnées cylindriques (ρ, θ, z), Oz étant l'axe des cylindres. On désigne par $\left(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z\right)$ le repère orthonormé associé.

I. Caractéristiques électriques du câble

On suppose que l'âme porte la charge Q par unité de longueur.

I.1. On considère un point M compris entre les conducteurs. Par des considérations de symétries et d'invariance (en régime permanent), écrire dans le cas général les champs électrique $\vec{E}(M)$ et magnétique $\vec{B}(M)$ en fonction des vecteurs unitaires et des coordonnées du point M.

I.2. Etablir l'expression du champ électrique $\vec{E}(M)$ en fonction de Q, de ρ et ε ; on négligera tout effet de bord.

I.2. En déduire l'expression de la différence de potentiel entre les cylindres, $V_1 - V_2$, en fonction de Q, ρ_1, ρ_2 et ε.

I.3. Exprimer la capacité linéique Γ du câble en fonction de ρ_1, ρ_2 et ε.

I.4. Calculer la valeur numérique de Γ et celle de $V_1 - V_2$ pour $Q = 1\ nC\ m^{-1}$. A quelle distance de l'axe le champ E prend-il sa valeur maximale E_{max} dans le milieu isolant ? Calculer E_{max}.

On suppose que le conducteur interne est parcouru par un courant surfacique continu d'intensité I.

I.5. Etablir l'expression du champ magnétique $\vec{B}(M)$ en fonction de I et de ρ ; on négligera tout effet de bord.

I.6. On considère un tronçon de longueur unité limité par deux plans orthogonaux à l'axe. Le flux magnétique propre Φ à travers ce tronçon est le flux de B à travers un demi-plan θ = Constante, limité par les extrémités du tronçon. Etablir l'expression de Φ en fonction de I, ρ_1 et ρ_2.

I.7. En déduire l'inductance linéique du câble Λ en fonction de ρ_1 et ρ_2.

I.8. Calculer la valeur numérique de Λ. A quelle distance de l'axe le champ B prend-il sa valeur maximale B_{max} dans le milieu isolant ? Calculer B_{max} pour $I = 100\ mA$.

I.9. Si on suppose maintenant que l'intensité I est répartie en volume dans le conducteur central, l'inductance par unité de longueur sera-t-elle modifiée?

II. Onde électromagnétique TEM

On cherche à montrer qu'un champ électromagnétique à la fois transverse électrique et transverse magnétique (mode TEM) peut se propager entre les deux conducteurs. On considère une onde progressive $\left(\vec{E},\vec{B}\right)$ de la forme : $\vec{E} = \vec{E}_0\left(x,y\right)\ e^{j(\omega t-kz)}$ et $\vec{B} = \vec{B}_0\left(x,y\right)\ e^{j(\omega t-kz)}$ avec des composantes nulles selon Oz et $k > 0$.

II.1. Exprimer $k\ \vec{e}_z \wedge \vec{E}_0$ et $k\ \vec{e}_z \wedge \vec{B}_0$. Quelle est la structure locale du champ EM ?

II.2. En déduire la relation de dispersion qui relie k et ω. Quelle est la vitesse de phase v de cette onde ? L'exprimer en fonction de ε_r et c. Préciser le rapport entre la norme de $\vec{E}$ et celle de $\vec{B}$.

II.3. Le champ EM doit satisfaire les conditions aux limites du système, c'est-à-dire les relations de continuité des champs sur les surfaces. Justifier que c'est le cas pour l'onde caractérisée par $\vec{E}_0\left(\rho\right) = E_0\left(\rho\right)\ \vec{e}_\rho$ et $\vec{B}_0\left(\rho\right) = B_0\left(\rho\right)\ \vec{e}_\theta$.

II.4. Soit $I\left(z,t\right)$ l'intensité du courant parcourant le conducteur interne. En utilisant la relation de discontinuité du champ $\vec{B}$ sur la surface du conducteur interne, montrer que $I\left(z,t\right)$ est de la forme $I\left(z,t\right) = I_0 e^{j(\omega t-kz)}$; donner l'expression de I_0. Exprimer $\vec{B}\left(\rho,z,t\right)$ en fonction de $I\left(z,t\right)$ et en déduire $B_0\left(\rho\right)$ en fonction de I_0 et ρ.

II.5. Quelle est l'intensité parcourant le conducteur externe?

III. Aspect électrocinétique - Impédance caractéristique

Pour z fixé et à un instant t donné, on définit localement la différence de potentiel $U(z,t)$ entre le conducteur interne 1 et l'externe 2 par: $U(z,t) = -\int_2^1 \vec{E}(\rho,z,t)\ d\vec{l}$,

la circulation du champ électrique étant prise sur une courbe plane du plan z fixé reliant les deux conducteurs.

III.1. Montrer que, pour l'onde TEM analysée en **II**, $U(z,t)$ est indépendant de la courbe plane choisie pour relier dans ce plan les conducteurs ; montrer que $U(z,t)$ s'exprime sous la forme : $U(z,t) = U_0 e^{j(\omega t - kz)}$ où on donnera l'expression de U_0. Peut-on définir, pour cette onde, un potentiel scalaire $V(\rho,z,t)$ tel que $\vec{E}$ en soit partout, au signe près, le gradient ? Justifier votre réponse.

III.2. Déterminer le rapport $Z_c = \dfrac{U(z,t)}{I(z,t)}$. Quelle est la propriété remarquable de cette impédance appelée « impédance caractéristique » ?

III.3. Montrer que : $Z_c = \sqrt{\dfrac{\Lambda}{\Gamma}}$.

III.4. On considère maintenant une onde TEM du même type mais se propageant en sens inverse. Quelles sont alors les dépendances spatiotemporelles de $U(z,t)$ et $I(z,t)$ pour cette onde ? En déduire l'expression de $\dfrac{U(z,t)}{I(z,t)}$ en fonction de Z_c.

III.5. Calculer numériquement Z_c et la vitesse de propagation v à partir des données.

I.1 Considérations de symétries: 1/3

Le plan passant par M et contenant l'axe est plan de symétrie : $\vec{E}$ lui est parallèle ($E_\theta = 0$) et $\vec{B}$ lui est perpendiculaire ($B_\rho = B_z = 0$).
Le plan passant par M et perpendiculaire à l'axe est, en électrostatique (ce que l'énoncé ne précisait pas...), plan de symétrie : $\vec{E}$ lui est parallèle ($E_z = 0$) et, en magnétostatique (id.) plan d'antisymétrie $\vec{B}$ lui est parallèle ($B_z = 0$): $\vec{E} = E(\rho, \theta, z)\vec{e_\rho}$; $\vec{B} = B(\rho, \theta, z)\vec{e_\theta}$
Il y a symétrie de révolution ($\frac{\partial E}{\partial \theta} = 0$ et $\frac{\partial B}{\partial \theta} = 0$) et, en régime permanent, invariance par translation le long de l'axe ($\frac{\partial E}{\partial z} = 0$ et $\frac{\partial B}{\partial z} = 0$)

I.1.1: $\vec{E} = E(\rho)\vec{e_\rho}$. On applique le théorème de Gauss à une surface cylindrique de rayon ρ, de longueur ℓ: $\oint\!\!\oint \vec{E}.\vec{n}\, d^2S = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$

$$\iint_{lat} E(\rho)\vec{e_\rho}.\vec{e_\rho}\, d^2S + \iint_{base\,1} E(\rho)\underbrace{\vec{e_\rho}.\vec{e_z}}_{=0}\, d^2S + \iint_{base\,2} E(\rho)\underbrace{\vec{e_\rho}.(-\vec{e_z})}_{=0}\, d^2S = \frac{Q\ell}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

$$E(\rho).\,2\pi\rho\ell = \frac{Q\ell}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \qquad \vec{E} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}.\frac{1}{\rho}\vec{e_\rho} \quad (\text{pour } \rho \in \,]\rho_1, \rho_2[\,)$$

I.1.2: $$V_1 - V_2 = -\int_2^1 E(\rho).\vec{e_\rho}.\,d\rho\,\vec{e_\rho} = \int_1^2 \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}.\frac{d\rho}{\rho} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\frac{\rho_2}{\rho_1}$$

I.1.3: $$\boxed{\Gamma = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{\ln\frac{\rho_2}{\rho_1}}}$$

I.1.4: $\left.\begin{array}{l}\Gamma = 1,0.10^{-10}\,F\,m^{-1}\\ V_1 - V_2 = 10\,V\end{array}\right]$; E maximum pour $\rho = \rho_1$: $E_{max} = 16.10^3\,V$

I.1.5: $\vec{B} = B(\rho)\vec{e_\theta}$. On applique le théorème d'Ampère sur un cercle d'axe Oz, de rayon ρ : $\oint_\Gamma \vec{B}\,d\vec{\ell} = \mu_0 I$ (cas de la magnétostatique)

$$\oint_\Gamma B(\rho)\vec{e_\theta}.\rho\, d\theta\,\vec{e_\theta} = 2\pi\rho\, B(\rho) = \mu_0 I \qquad \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}\vec{e_\theta}$$

I.1.6: 

$\phi = \iint_{1/2\,plan} \vec{B}.\vec{n}\, d^2S$ On choisit $\vec{n} = +\vec{e_\theta}$
$\vec{B} = \vec{0}$ pour $\rho < \rho_1$ et $\rho > \rho_2$ (dit l'énoncé...)

$$\phi = \iint_{rect} B(\rho)\vec{e_\theta}.\vec{e_\theta}\, dz\, d\rho = \int_z^{z+\ell}\int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}\, d\rho\, dz = \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi}\ln\frac{\rho_2}{\rho_1}$$ puis $\ell = 1\,m$

I.1.7: On définit Λ par $\Lambda = \frac{\phi}{I}$ $\boxed{\Lambda = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{\rho_2}{\rho_1}}$

I.1.8: $\Lambda = 2,5.10^{-7}\,F\,m^{-1}$; B maximum pour $\rho = \rho_1$ $B_{max} = 4,0.10^{-5}\,T$,

I.1.9: Si I est répartie en volume dans le conducteur central, $\vec{B}$ est inchangé pour $\rho \in \,]\rho_1, \rho_2[$, mais non nul pour $\rho < \rho_1$; ϕ (donc Λ) est modifié.

I.2.1 L'équation de Maxwell-Faraday ($\vec{rot}\,\vec E = -\frac{\partial \vec B}{\partial t}$) s'écrit.

$$\vec{rot}\left[\vec{E_0}\, e^{j(\omega t - kz)}\right] = -\frac{\partial}{\partial t}\left[\vec{B_0}\, e^{j(\omega t - kz)}\right]$$

D'après le préambule, $\vec{rot}\left[\vec{E_0} e^{j(\omega t - kz)}\right] = e^{j(\omega t - kz)}\,\vec{rot}\,\vec{E_0} + \vec{grad}\, e^{j(\omega t - kz)} \wedge \vec{E_0}$

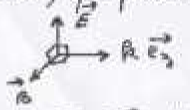
Or $\vec{rot}\,\vec{E_0} = \vec 0$ car $E_{0z} = 0$ et $\vec{E_0}(x, y)$; $\vec{grad}\, e^{j(\omega t - kz)} = -jk\vec{e_z}\, e^{j(\omega t - kz)}$

Enfin $-\frac{\partial}{\partial t}\left[\vec{B_0}\, e^{j(\omega t - kz)}\right] = -j\omega\,\vec{B_0}\, e^{j(\omega t - kz)}$

Après simplification par $je^{j(\omega t - kz)}$: $k\,\vec{e_z} \wedge \vec{E_0} = \omega \vec{B_0}$

Un calcul analogue à partir de l'équation de Maxwell-Ampère ($\vec{rot}\,\vec B = \mu_0 \varepsilon \frac{\partial \vec E}{\partial t}$) conduit à : $k\,\vec{e_z} \wedge \vec{B_0} = -\mu_0 \varepsilon \omega \vec{E_0}$

On trouve localement la structure d'une onde plane progressive : $\vec E$ et $\vec B$ transverses, perpendiculaires entre eux, formant avec $k\vec{e_z}$ un trièdre direct :



I.2.2 : $k\,\vec{e_z} \wedge \vec{E_0} = k\,\vec{e_z} \wedge \left[-\frac{k\vec{e_z} \wedge \vec{B_0}}{\omega \varepsilon \mu_0}\right] = \frac{k^2}{\omega \varepsilon \mu_0}\left[-\vec{e_z}\underbrace{(\vec{e_z}\cdot\vec{B_0})}_{=0} + \vec{B_0}(\vec{e_z})^2\right] = \omega \vec{B_0}$

d'où $k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu_0 = \omega^2 \varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_0 = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_r$ $\quad k = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_r}$ (choix $k > 0$)

La vitesse de phase est $v_\varphi = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$

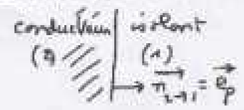
De $k\,\vec{e_z} \wedge \vec{E_0} = \omega \vec{B_0}$ (avec $\vec{E_0} \perp \vec{e_z}$), on tire $\|\vec{B_0}\| = \frac{k}{\omega}\|\vec{E_0}\| = \frac{\sqrt{\varepsilon_r}}{c}\|\vec{E_0}\|$

I.2.3 : Les conditions aux limites sont les relations de continuité de $\vec E_{tangentiel}$ et $\vec B_{normal}$ sur les surfaces $\rho = \rho_1$ et $\rho = \rho_2$.

Pour $\rho = \rho_1$: dans le conducteur $\vec E$ et $\vec B$ sont nuls (dit l'énoncé...) ; entre les conducteurs $\vec E_{tang} = E_\theta \vec{e_\theta} + E_z \vec{e_z} = \vec 0$ (car $\vec E \parallel \vec{e_\rho}$) et $\vec B_{normal} = B_\rho \vec{e_\rho} = \vec 0$ (car $\vec B \parallel \vec{e_\theta}$).

Idem pour $\rho = \rho_2$

I.2.4 : Sur la surface du conducteur interne, la relation de discontinuité s'écrit $\underbrace{\vec n_{2\to 1}}_{\vec{e_\rho}} \wedge \underbrace{\vec{B_1}}_{B(\rho_1)\vec{e_\theta}} + \underbrace{\vec n_{1\to 2} \wedge \vec{B_2}}_{\vec B \text{ nul dans le conducteur}} = \mu_0 \vec{j_\Sigma}$



Il apparaît donc un courant surfacique : $\vec{j_\Sigma} = \frac{1}{\mu_0} B(\rho_1)\, \vec{e_\rho} \wedge \vec{e_\theta} = \frac{B(\rho_1)}{\mu_0}\vec{e_z}$

L'intensité est alors (à travers un cercle de rayon ρ_1) :

$I = 2\pi\rho_1\, \vec{j_\Sigma}\cdot\vec{e_z}$ $\qquad I = \frac{2\pi\rho_1}{\mu_0} B_0(\rho_1)\, e^{j(\omega t - kz)}$ donc $I_0 = \frac{2\pi\rho_1}{\mu_0} B_0(\rho_1)$

En régime dépendant du temps, le théorème d'Ampère s'écrit : 3/3

$$\oint_\Gamma \vec{B}\cdot\vec{d\ell} = \mu_0\left(i + \varepsilon_0\varepsilon_r \iint_{(S)} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot\vec{n}\, d^2S\right)$$ (S) surface s'appuyant sur (Γ)

On l'applique à un cercle de rayon ρ : $\oint \vec{B}\,\vec{d\ell} = \oint B(\rho,z)\vec{e_\theta}\cdot\rho\, d\theta\,\vec{e_\theta}$
$= B(\rho,z)\,2\pi\rho$

La surface (S) s'appuyant sur le contour est le disque : $\vec{n} = \vec{e_z}$ et $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot\vec{n} = 0$ car $\vec{E}$ est porté par $\vec{e_\rho}$.

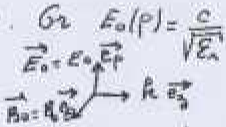
d'où $B(\rho,z)\cdot 2\pi\rho = \mu_0 I(z,t)$
$$\begin{cases} B(\rho,z,t) = \dfrac{\mu_0}{2\pi\rho} I(z,t) \\ B_0(\rho) = \dfrac{\mu_0 I_0}{2\pi\rho} \end{cases}$$

I.2.5 : La même relation de discontinuité pour $\vec{B}$ sur la surface $\rho = \rho_2$, mais avec $\vec{n}_{2\to1} = -\vec{e_\rho}$, conduit à $\vec{j_2} = -\frac{B(\rho_2)}{\mu_0}\vec{e_z}$, donc à une intensité $I_2 = +2\pi\rho_2\left(-\frac{B(\rho_2)}{\mu_0}\right) = -2\pi\rho_2 \times \frac{\mu_0 I}{\mu_0 2\pi\rho_2} = -I(z,t)$
(courant opposé à $I(z,t)$ au même instant, à la même cote).

I.3.1. Le déplacement élémentaire sur une courbe plane d'un plan z fixe est $\vec{d\ell} = d\rho\,\vec{e_\rho} + \rho\, d\theta\,\vec{e_\theta}$. D'où $U(z,t) = -\int_2^1 E_0(\rho)\, e^{i(\omega t - kz)}\, \vec{e_\rho}\cdot(d\rho\,\vec{e_\rho} + \rho\, d\theta\,\vec{e_\theta})$, avec $\vec{e_\rho}\cdot\vec{e_\rho} = 1$ et $\vec{e_\rho}\cdot\vec{e_\theta} = 0$

$U(z,t) = e^{i(\omega t - kz)}\int_1^2 E(\rho)\, d\rho$; $U(z,t)$ ne dépend donc pas de la courbe choisie pour aller de ρ_1 à ρ_2. $U_0 = \int_1^2 E_0(\rho)\, d\rho$. Or $E_0(\rho) = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} B_0(\rho) = \frac{c\mu_0 I_0}{\sqrt{\varepsilon_r}\,2\pi\rho}$

D'où $U_0 = \frac{c\mu_0 I_0}{\sqrt{\varepsilon_r}\,2\pi}\int_1^2 \frac{d\rho}{\rho} = \frac{c\mu_0 I_0}{\sqrt{\varepsilon_r}\,2\pi} \ln\frac{\rho_2}{\rho_1}$



$\vec{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ implique $\vec{E} = -\vec{grad}\, V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ où $\left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right)$ est le champ électromoteur de Neumann et $\vec{A}$ le potentiel vecteur dont dérive $\vec{B}$ ($\vec{B} = \vec{rot}\,\vec{A}$).

Donc $\vec{E}$ n'est pas le gradient d'un potentiel scalaire V.

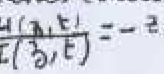
I.3.2 : $Z_c = \frac{U(z,t)}{I(z,t)} = \frac{U_0\, e^{i(\omega t - kz)}}{I_0\, e^{i(\omega t - kz)}} = \frac{U_0}{I_0} = \frac{c\mu_0}{\sqrt{\varepsilon_r}\,2\pi}\ln\frac{\rho_2}{\rho_1}$

Z_c ne dépend ni du temps t, ni de la position z le long du câble.

I.3.3 : D'après I.1.3 et I.1.7 : $\sqrt{\frac{\Lambda}{\Gamma}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{(2\pi)^2\varepsilon_r\varepsilon_0}\left(\ln\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}\,2\pi}\ln\frac{\rho_2}{\rho_1}\cdot\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$

Or $c\mu_0 = \frac{\mu_0}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$. Donc $Z_c = \sqrt{\frac{\Lambda}{\Gamma}}$

I.3.4 : Pour une onde se propageant en sens inverse, on remplace $k\vec{e_z}$ par $(-k\vec{e_z})$ avec $k>0$: E_0 et B_0 sont de signes opposés : $E_0(\rho) = -\frac{c\mu_0 I_0}{\sqrt{\varepsilon_r}\,2\pi\rho}$



Par les mêmes calculs, on obtient ($Z_c>0$) $\frac{U(z,t)}{I(z,t)} = -Z_c$

I.3.5 : $Z_c = 50\,\Omega$; $v = 2.10^8\ \mathrm{m\,s^{-1}}$